Kreatives Denken statt Routine - Problemlösen im Mathematikunterricht

FELIX WOLTRON, WIEN

Trotz der Verankerung des Problemlösens als zentrales Anliegen des Mathematikunterrichts im Lehrplan scheitert die kontinuierliche Realisierung häufig an gewissen Hindernissen. Dieser Beitrag versucht, mithilfe einer Kombination aus aktuellen theoretischen Überlegungen zum Problemlösen und evidenzbasierten praktischen Umsetzungsstrategien eine Grundlage zur Überwindung dieser Hindernisse zu bieten und somit den kontinuierlichen Einsatz von Problemlöseprozessen im Regelunterricht zu fördern.

1 Einleitung

Das Konzept des mathematischen Problemlösens, das auf die Bearbeitung offener, nicht-routinemäßiger Aufgaben ohne standardisierte Lösungswege abzielt, stellt seit langem einen zentralen Gegenstand mathematikdidaktischer Diskussionen und Forschungsbemühungen dar (vgl. Liljedahl & Cai, 2021, S. 723 ff.). Seine Verankerung im regulären Unterricht erweist sich jedoch als anspruchsvoll, da sie sowohl spezifische didaktisch-methodische Zugänge als auch ein tiefgreifendes professionelles Wissen der Lehrkräfte erfordert. Der vorliegende Beitrag widmet sich der Analyse zentraler Gelingensbedingungen und hemmender Faktoren für die Umsetzung von Problemlöseprozessen im schulischen Kontext. Auf dieser Grundlage werden konkrete Handlungsperspektiven für eine nachhaltige Implementierung des Problemlösens im Mathematikunterricht entwickelt.

2 Theorie

2.1 Definition

In der mathematikdidaktischen Fachliteratur wird eine Aufgabe dann als Problem bezeichnet, wenn sie eine kognitive Barriere beinhaltet, die über bekannte Routinelösungen hinausgeht und von den Lernenden als neuartig oder nicht unmittelbar lösbar empfunden wird (vgl. Bruder & Collet, 2011, S. 11). Im deutschsprachigen Raum erfolgt eine begriffliche Differenzierung zwischen Routineaufgaben, bei denen ein vertrauter Lösungsweg unmittelbar verfügbar ist, und Problemstellungen, die die Anwendung unbekannter oder nicht standardisierter Strategien erfordern.

Die Bearbeitung solcher Probleme setzt häufig die kreative Neukombination vorhandenen Wissens oder die Anwendung heuristischer Methoden voraus. Heurismen, nach Pólya (1949) Denkprozesse, die typischerweise beim Problemlösen unterstützend wirken, bieten strukturierte Zugänge zur Lösung komplexer Aufgaben, ohne dass sie eine Garantie für den Erfolg darstellen.

Schoenfeld (1985) identifiziert vier zentrale Voraussetzungen erfolgreichen Problemlösens: (1) Ressourcen, d. h. fachliches Vorwissen und konzeptuelles Verständnis, (2) Heuristiken, also strategische Ansätze zur Lösungsfindung, (3) Beliefs, also Überzeugungen der Lernenden über Mathematik, sich selbst und Problemlösesituationen, sowie (4) Kontrolle, die bewusste Steuerung des eigenen Vorgehens und die Regulation von Zeit und Anstrengung.

In diesem Beitrag werden Beliefs nach Philipp (2007, S. 259) verstanden als "psychologically held understandings, premises, or propositions about the world that are thought to be true". Sie sind im Vergleich zu Einstellungen und Emotionen stärker kognitiv geprägt und zeichnen sich durch eine höhere Stabilität aus. Beliefs wirken als Wahrnehmungsfilter, beeinflussen Lernprozesse und steuern Handlungen (Philipp, 2007; Rott & Leuders, 2016, S. 272). Im Unterschied zu Wissen beruhen sie auf

Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG), Heft 57, 2025, S. 93 - 100.

individueller Zustimmung und sind nicht allgemein gültig oder universell geteilt (Beswick, 2005, 2007). Damit umfassen Beliefs sowohl kognitive als auch affektive Dimensionen und prägen maßgeblich, wie Individuen ihre Umwelt wahrnehmen und mit ihr interagieren (Furinghetti & Pehkonen, 2002).Problematisch sind am Beispiel des Problemlösens insbesondere dysfunktionale Beliefs, etwa die Annahmen, dass nur besonders begabte Personen kreative Lösungen entwickeln könnten, dass mathematische Probleme stets schnell zu lösen seien oder dass es jeweils nur eine richtige Lösung gebe. Solche Vorstellungen können die Motivation und Problemlösebereitschaft von Schüler*innen erheblich einschränken (vgl. Schoenfeld, 1992, S. 359).

Die Komponente der Kontrolle bezieht sich auf die Fähigkeit, das eigene Vorgehen zu reflektieren, den Fortschritt zu überwachen und bei Bedarf Strategien anzupassen (Schoenfeld, 1985, S. 232). Auch der Umgang mit Misserfolgserfahrungen oder Frustration stellt einen entscheidenden Faktor im Problemlöseprozess dar (vgl. Herold-Blasius et al., 2019, S. 299).

Zur Klassifikation unterschiedlicher Problemtypen schlagen Holzäpfel et al. (2018, S. 56) aufbauend auf Arbeiten von Newell und Simon (1972), Dörner (1976), Zimmermann (1991), Wiegand und Blum (1999), Bruder (2000), Greefrath (2004) sowie Büchter und Leuders (2005) ein Modell vor, das Aufgaben entlang der Dimensionen „Start“, „Weg“ und „Ziel“ differenziert. Die im Kontext der Problembearbeitung relevante Barriere wird dabei als zentrales Charakteristikum eines Problems präzisiert und zur systematischen Aufgabenvariation herangezogen. Die zentrale Idee dabei ist: Ob eine Aufgabe als Problem wahrgenommen wird, hängt maßgeblich von der Offenheit dieser drei Elemente ab. Die Art der Problemlösebarriere ergibt sich daraus, in welchem dieser Elemente eine Unbestimmtheit vorliegt (Tab.1):

Tab. 1: Klassifikation unterschiedlicher Aufgabentypen nach Holzäpfel et al. (2018, S. 56)

Aufgabentyp	Start	Weg	Ziel
Gelöste Aufgabe	×	×	×
(Geschlossene) Routineaufgabe	×	×	○
Problem mit bekanntem Ziel	×	○	×
Umkehrproblem	○	×	×
Problem mit unklaren Voraussetzungen	○	○	×
Anwendungssuche	○	×	○
Problem mit offenem Ziel	×	○	○
Offene Situation	○	○	○

Diese Klassifikation verdeutlicht die Vielfalt möglicher Aufgaben- bzw. Problemarten und die unterschiedlichen kognitiven Anforderungen, die mit ihrer Bearbeitung verbunden sind. Sie bietet zugleich eine Grundlage für die gezielte Auswahl und Gestaltung von Aufgaben zur Förderung problemlöseorientierter Kompetenzen im Mathematikunterricht.

2.2 Gründe für den Einsatz des Problemlösens

Der Einsatz des didaktischen Konzepts des Problemlösens im Mathematikunterricht lässt sich aus verschiedenen Perspektiven begründen. Rott (2015, S. 10 ff.) hebt hervor, dass problemlösende Prozesse nicht nur mathematische Kompetenzen fördern, sondern auch ein wissenschaftsnahes Arbeiten ermöglichen, das zur Entwicklung eines realitätsnahen Verständnisses der Mathematik und ihrer Denk- und Arbeitsweisen beiträgt.

Aus mathematikdidaktischer Sicht ist insbesondere die dritte der von Winter (1995, S. 37) formulierten Grunderfahrungen bedeutsam. Diese hebt hervor, dass der Mathematikunterricht Lernenden Gelegenheiten eröffnen soll, sich mit herausfordernden Aufgaben auseinanderzusetzen und dabei Erfahrungen zu machen, die zur Entwicklung von Problemlösefähigkeiten und heuristischen Kompetenzen beitragen können. Rott (2015, S. 10 ff.) benennt darüber hinaus eine Vielzahl weiterer Argumente, die den Stellenwert von Problemlöseprozessen im Unterricht untermauern:

- Der Lernprozess erfordert eine aktive Auseinandersetzung mit dem Gegenstand, wobei sich Wissen individuell konstruiert. Eine entsprechende Unterrichtskultur muss Problemlöseaktivitäten systematisch einbinden.
- Internationale Vergleichsstudien wie TIMSS und PISA belegen Defizite von Schülerinnen im Bereich des Problemlösens und weisen somit auf einen dringenden Handlungsbedarf hin. Gleichzeitig zeigen Lehrer*innenbefragungen ein ausgeprägtes Interesse an einem problemorientierten Mathematikunterricht.
- Der Bildungsauftrag beinhaltet, Lernende zur eigenständigen Bewältigung komplexer Probleme zu befähigen und ihre Abhängigkeit von der Lehrkraft zu verringern, ein Ziel, das ebenfalls durch TIMSS und PISA betont wird.
- Problemhaltige Aufgaben können intrinsisches Interesse und Freude an der Mathematik wecken. Insbesondere durch realitätsnahe Kontexte lassen sich Motivation und Relevanzempfinden bei den Lernenden steigern.

In Übereinstimmung mit diesen Argumenten betonen auch die österreichischen Lehrpläne fächerübergreifend sowie spezifisch für das Fach Mathematik die Bedeutung der Förderung von Problemlösefähigkeiten als zentrales Bildungsziel. Gleichwohl wird das Konzept des Problemlösens, ebenso wie verwandte didaktische Ansätze, nicht unumstritten rezipiert. Eine kritische Auseinandersetzung mit diesen Perspektiven erfolgt in Abschnitt 5.

3 Anforderungen an Lehrpersonen

Die erfolgreiche Implementierung des Problemlösens im regulären Unterricht stellt erhebliche Anforderungen an das professionelle Wissen von Lehrkräften. Clivaz et al. (2023, S. 3) differenzieren sechs zentrale Wissensbereiche, die für eine fundierte Unterrichtsgestaltung notwendig sind:

1. Knowledge of mathematical problem solving (PS)
2. Knowledge of mathematical problems
3. Knowledge of problem posing
4. Knowledge of students as mathematical problem solvers
5. Knowledge of affective factors and beliefs (teacher/student)
6. Knowledge of instructional practices for PS

Die ersten drei Dimensionen werden unter dem Begriff „Problem Solving Content Knowledge“ (PS Content Knowledge) zusammengefasst, während die restlichen drei als „Pedagogical Problem Solving Knowledge“ (Pedagogical PS Knowledge) bezeichnet werden. Der vorliegende Beitrag konzentriert sich auf die Aspekte 2, 3 und 6, da insbesondere in diesen Bereichen von Lehrkräften im Schulalltag häufig Schwierigkeiten geäußert werden (vgl. Herold-Blasius et al., 2019, S. 297 ff.).

Typische Aussagen, die auf verbreitete Herausforderungen hindeuten, sind:

i. „Dabei lernt man nicht genug.“

ii. „Das ist nur etwas für leistungsstarke Schüler*innen.“

iii. „Das lässt sich im Unterricht nicht umsetzen.“

iv. „Problemlösen – das mache ich doch schon.“ (wobei „Problemlösen“ hier häufig mit dem Bearbeiten komplexer Routineaufgaben verwechselt wird)

Diese Äußerungen offenbaren nicht nur Missverständnisse bezüglich des Konzepts selbst (z. B. bei Punkt IV), sondern auch Unsicherheiten hinsichtlich der praktischen Umsetzung im Unterricht (z. B. bei I, II, III sowie in Bezug auf Kategorien 2, 3 und 6 des professionellen Wissens).

Ein vielversprechender Ansatz zur Behebung dieser Defizite liegt in gezielten Aus- und Weiterbildungsprogrammen, die alle relevanten Wissensdimensionen adressieren und Lehrkräften fundierte Kompetenzen zur Verfügung stellen. Da das Entwickeln geeigneter Problemlöseaufgaben nach Chapman (2015) mit erheblichem zeitlichem und fachlichem Aufwand verbunden ist, erscheint es zudem notwendig, Lehrpersonen durch geeignete Materialien zu unterstützen. Solche Aufgaben sollten curricular anschlussfähig sein und gleichzeitig eine adaptive Differenzierung ermöglichen, beispielsweise durch sogenannte „low floor, high ceiling tasks“, die sowohl leistungsschwächeren als auch besonders leistungsfähigen Lernenden Zugänge eröffnen.

4 Realisierungsmöglichkeiten

Die theoretische Strukturierung von Problemlöseprozessen ist in der mathematikdidaktischen Literatur vielfach in Form von Phasenmodellen dokumentiert, die sowohl sachlogisch begründet als auch teilweise empirisch fundiert sind (vgl. Rott et al., 2021, S. 739). Für die praktische Umsetzung im Unterricht existieren unterschiedliche methodische Konzepte, wie etwa das Heurismentraining von Bruder und Collet (2011, S. 114).

Im geplanten Projekt zum kontinuierlichen Einsatz von Problemlöseprozessen im Regelunterricht dient eine grundlegende Struktur als Orientierung, die jedoch nicht starr vorgegeben ist. Vielmehr soll sie in enger Zusammenarbeit mit den Lehrpersonen methodisch weiterentwickelt und an die spezifischen Gegebenheiten des Unterrichts angepasst werden. Durch dieses kooperative Vorgehen wird eine praxisnahe und zugleich flexible Umsetzung angestrebt.

Als konzeptioneller Rahmen dient der Ansatz des „Building Thinking Classrooms“ nach Liljedahl (2016), der zentrale Prinzipien für Unterrichtsszenarien beschreibt, welche Schüler*innen zu eigenständigem Denken und zur aktiven Auseinandersetzung mit problemhaltigen Aufgaben anregen sollen. Im Rahmen des Projekts werden diese Prinzipien als flexible Leitlinien verstanden, die gemeinsam mit den Lehrpersonen an die konkrete Unterrichtspraxis angepasst werden:

- The type of tasks used and when and how they are used.
- Lessons need to begin with good problem-solving tasks.
- The way in which tasks are given to students.
- How groups are formed, both in general and when students work on tasks.
- Student workspace while they work on tasks.
- Room organization, both in general and when students work on tasks.
- How questions are answered when students are working on tasks.
- The ways in which hints and extensions are used while students work on tasks.
- When and how a teacher levels their classroom during or after tasks.
- Assessment, both in general and when students work on tasks.

Im Zentrum des Thinking Classrooms steht eine problemorientierte Aufgabenstellung, die mündlich formuliert wird, um unmittelbare Denkanstöße und Diskussionen auszulösen. Die Schüler*innen arbeiten in wechselnden Gruppen an vertikalen Tafeln oder Whiteboards, wodurch ein hohes Maß an

Sichtbarkeit, Interaktion und Flexibilität entsteht. Die Lehrperson bewegt sich aktiv durch den Raum und interveniert gezielt durch Fragestellungen oder Hinweise, die den Denkprozess vorantreiben. Hinweise und Erweiterungen dienen dazu, den Schwierigkeitsgrad herausfordernd, aber bewältigbar zu halten. Sobald alle Gruppen ein grundlegendes Verständnis entwickelt haben, erfolgt eine gemeinsame Reflexion und formale Sicherung des erarbeiteten Inhalts. Die Leistungsbewertung fokussiert sich nicht ausschließlich auf das Produkt, sondern insbesondere auf den Lernprozess und die aktive Beteiligung der Lernenden.

Ein weiterer Impuls für die praxisnahe Entwicklung von Umsetzungsmöglichkeiten ergibt sich aus den Überlegungen von Herold-Blasius et al. (2019, S. 299 ff.). Die Autorinnen plädieren für die gezielte Integration von Problemlösephasen als Ergänzung zu Routineaufgaben, insbesondere in Einstiegs- und Übungsphasen des Unterrichts. Dabei stellt sich jedoch die didaktisch zentrale Frage, welche mathematischen Inhalte und Themenbereiche sich in welchen Phasen besonders gut für das Problemlösen eignen und wie die Schüler:innenleistungen in diesen Prozessen angemessen bewertet bzw. benotet werden können. Ein möglicher Bewertungsrahmen findet sich ebenfalls bei Herold-Blasius et al. (2019, S. 307).

Aus Sicht des Autors stellen themenunabhängige Problemstellungen ein zusätzliches didaktisches Potenzial dar. Solche Aufgaben lassen sich flexibel in verschiedenen Jahrgangsstufen sowie in unterschiedlichen Unterrichtsphasen einsetzen. Sie bieten einen geeigneten Rahmen, um heuristische Prinzipien, Strategien und Werkzeuge kennenzulernen, zu üben und zu vertiefen, unabhängig vom konkreten mathematischen Fachinhalt.

5 Kritik

Kollosche (z. B. 2017) setzt sich kritisch mit dem Konzept des entdeckenden Lernens auseinander, das in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik über lange Zeit große Zustimmung erfahren hat. Nach Holzäpfel et al. (2018) weist dieses Unterrichtskonzept deutliche Parallelen zum Problemlösen auf, insbesondere im Hinblick auf sogenannte „Entdeckungsprobleme“. Vor diesem Hintergrund erscheint es sinnvoll, die von Kollosche (2017) formulierte Kritik nicht nur auf das entdeckende Lernen, sondern auch auf das Konzept des Problemlösens zu beziehen und in der weiteren Diskussion mitzudenken.

Trotz der anhaltenden Popularität des entdeckenden Lernens fehlt es laut Kollosche (2017) an fundierten kritischen Auseinandersetzungen, die eine differenzierte Reflexion dieses Konzepts ermöglichen und es gleichzeitig theoretisch wie praktisch weiterentwickeln könnten. Das entdeckende Lernen erscheine vielfach als ein unscharfer Sammelbegriff, unter dem auch didaktisch fragwürdige Unterrichtsszenarien legitimiert würden.

In einer umfassenden Analyse beleuchtet Kollosche (2017) erkenntnistheoretische, lerntheoretische, didaktische und soziokulturelle Aspekte des entdeckenden Lernens und kommt zu einer Reihe grundlegender Einwände:

- Die theoretische Konzeption des entdeckenden Lernens bleibt hinter dem aktuellen wissenschaftlichen Erkenntnisstand zurück.
- Lehrerinnen und Schülerinnen werden mit unrealistischen Anforderungen konfrontiert, insbesondere im Hinblick auf die Bereitstellung und Bearbeitung „reichhaltiger“ Entdeckungsaufgaben.
- Die vielfach behaupteten lerntheoretischen Vorteile sind empirisch nur unzureichend nachgewiesen.
- Das zugrunde liegende Erkenntnisverständnis beruht auf einem platonisch geprägten Entdeckungsbegriff, der als problematisch einzustufen ist.
- Schließlich besteht die Gefahr, dass bildungsferne Schüler*innen durch die offenen, selbstgesteuerten Lernformen systematisch benachteiligt werden.

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob das entdeckende Lernen, in seiner gegenwärtigen Ausgestaltung, tatsächlich als wissenschaftlich fundiertes Unterrichtskonzept empfohlen werden kann. Lehrkräfte, die dieses Konzept umsetzen möchten, werden laut Kollosche (2017) weitgehend allein gelassen: Sie sollen anspruchsvolle Lernumgebungen konstruieren, während gleichzeitig implizit erwartet wird, dass ihre Schüler:innen das nötige kognitive Potenzial und intrinsische Interesse mitbringen, um anspruchsvolle mathematische Entdeckungen zu leisten.

Trotz dieser berechtigten Kritik bleibt das entdeckende Lernen aus bildungsphilosophischer Perspektive bedeutsam. Kollosche (2017) würdigt, dass die Vertreter*innen dieses Ansatzes nicht nur wichtige Impulse zur Überwindung passiv-rezeptiver Unterrichtsformen geliefert haben, sondern auch eine Beschreibungssprache etablierten, die sich um die Emanzipation der Lernenden bemüht und deren aktives mathematisches Denken und Handeln in den Mittelpunkt stellt.

Vor diesem Hintergrund versteht sich die angestrebte Implementierung des Problemlösens im Regelunterricht als ein doppelt fokussiertes Vorhaben: Einerseits sollen Lehrpersonen systematisch unterstützt werden, um Problemlöseprozesse didaktisch fundiert und praktikabel umzusetzen. Andererseits ist eine kritische Reflexion der damit verbundenen didaktischen Konzepte, Annahmen und Herausforderungen unabdingbar. Ziel ist es, das Problemlösen nicht als unreflektiertes Ideal zu propagieren, sondern als lernwirksames Element in einem differenzierten, realitätsnahen Unterricht zu verankern und empirisch zu erproben.

6 Ausblick

Den vielfältigen Argumenten, die für den Einsatz des fachdidaktischen Konzepts des Problemlösens im Mathematikunterricht sprechen, stehen zugleich erhebliche Herausforderungen in der praktischen Umsetzung gegenüber. Um diesen begegnen zu können, sind durchdachte und tragfähige Strategien erforderlich, die von den unterrichtenden Lehrkräften nicht nur akzeptiert, sondern idealerweise aktiv mitentwickelt und mitgetragen werden.

Das übergeordnete Ziel des im Rahmen des Beitrags vorgestellten Projekts besteht in der nachhaltigen Implementierung von Problemlöseprozessen im Mathematikunterricht der Primar- und Sekundarstufe. Hierzu wurden Lehrkräfte eingeladen, die im Rahmen der Initiative nicht nur durch theoretisch-didaktische Impulse unterstützt werden, sondern künftig auch Zugang zu erprobten Unterrichtsmaterialien erhalten. Darüber hinaus erfolgt eine theoriegeleitete und empirisch fundierte Begleitung und Analyse ihres Unterrichts, um Erkenntnisse über Gelingensbedingungen und Umsetzungshürden zu gewinnen.

Neben der Förderung von Lehrpersonen ist es ein zentrales Anliegen des Projekts, auch Lehramtsstudierende frühzeitig in den Aufbau professionsbezogener Kompetenzen im Bereich des Problemlösens einzubeziehen. Im Rahmen ihrer Ausbildung sollen sie die Möglichkeit erhalten, sich vertieft mit den relevanten Wissensdimensionen auseinanderzusetzen und den problemorientierten Mathematikunterricht nicht nur durch Hospitationen kennenzulernen, sondern auch eigene, praxisnahe Unterrichtseinheiten zu planen, durchzuführen und zu reflektieren. Auf diese Weise soll bereits in der universitären Phase die Grundlage für eine fundierte und praxisorientierte Auseinandersetzung mit Problemlöseprozessen im schulischen Kontext gelegt werden.

Literatur

Beswick, K. (2005). The beliefs/practice connection in broadly defined contexts. In: *Mathematics Education Research Journal* 17, 39–68. https://doi.org/10.1007/BF03217415

Beswick, K. (2007). Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. In: *Educational Studies in Mathematics* 65, 95–120. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9035-3

Bruder, R. (2000). *Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen. In Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen*. Volk und Wissen Berlin.

Bruder, R.; Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Cornelsen Berlin.

Büchter, A.; Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen.* Cornelsen Scriptor Berlin.

Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. In: *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education* 3(1), 19–36. https://doi.org/10.31129/lumat.v3i1.1049

Clivaz, S. et al. (2023). Teachers' mathematical problem-solving knowledge: In what way is it constructed during teachers' collaborative work? In: *The Journal of Mathematical Behavior* 69, 1–19. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101051

Dörner, D. (1976). *Problemlösen als Informationsverarbeitung.* Kohlhammer Stuttgart.

Furinghetti, F.; Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In Leder, G. C.; Pehkonen, E.; Törner, G. (Hrsg.): *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Springer Dordrecht (S. 39–57). https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_3

Greefrath, G. (2004). Offene aufgaben mit Realitätsbezug. Eine Übersicht mit Beispielen und erste Ergebnisse aus Fallstudien. In: *mathematica didactica* 2, S. 16–38.

Herold-Blasius, R. et al. (2019). Problemlösestrategien lehren lernen – Wo die Praxis Probleme beim Problemlösen sieht. In: Büchter, A.; Glade, M.; Herold-Blasius, R.; Klinger, M.; Schacht, F.; Scherer, P. (Hrsg.*): Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht.* Springer Spektrum Wiesbaden (S. 295–309). https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_21

Holzäpfel, L. et al. (2018). *Problemlösen lehren lernen. Wege zum mathematischen Denken*. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Kollosche, D. (2017). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 38, 209–237. https://doi.org/10.1007/s13138-017-0116-x

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. In: Felmer, P.; Pehkonen, E.; Kilpatrick, J. (Hrsg.): *Posing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education*. Springer Cham (S. 361–386). https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21

Liljedahl, P.; Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art, In: *ZDM Mathematics Education* 53, S. 723–735. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w

Maaß, K. (2006). Bedeutungsdimensionen nützlichkeitsorientierter Beliefs. Ein theoretisches Konzept zu Vorstellungen über die Nützlichkeit von Mathematik und eine erste empirische Annäherung bei Lehramtsstudierenden, In: *mathematica didactica* 29 (2), 114–138.

Newell, A.; Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In: Lester, F. K.; National Council of Teachers of Mathematics (Hrsg.): *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics.* Information Age Pub (S. 257–318).

Polya, G. (1949). *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. Francke Bern.

Rott, B. (2015). *Mathematisches Problemlösen – Ergebnisse einer empirischen Studie*. WTM Münster.

Rott, B.; Leuders, T. (2016). Inductive and Deductive Justification of Knowledge: Flexible Judgments Underneath Stable Beliefs in Teacher Education. In: *Mathematical Thinking and Learning* 18(4), 271–286. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219933

Rott, B.et al. (2021). A descriptive phase model of problem-solving processes. In: *ZDM Mathematics Education* 53, S. 737–752. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01244-3

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press New York.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: Grouws, D. (Hrsg.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. MacMillan New York (S. 334–370).

Wiegand, B; Blum, W. (1999). Offene Probleme für den Mathematikunterricht – Kann man Schulbücher dafür nutzen? In: Beiträge zum Mathematikunterricht, 590–593

Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 61, 37–46.

Zimmermann, B. (1991). Offene Probleme für den Mathematikunterricht und ein Ausblick auf Forschungsfragen. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 23(2), 38–46.

Verfasser

Mag. Felix Woltron, PhD
Universität Wien
Fakultät für Mathematik
Oskar-Morgenstern-Platz 1
1090 Wien
felix.woltron@univie.ac.at